Année 2019/2020

Collège Jean Mermoz
$3^{\text{ème}}3$

Chapitre 1

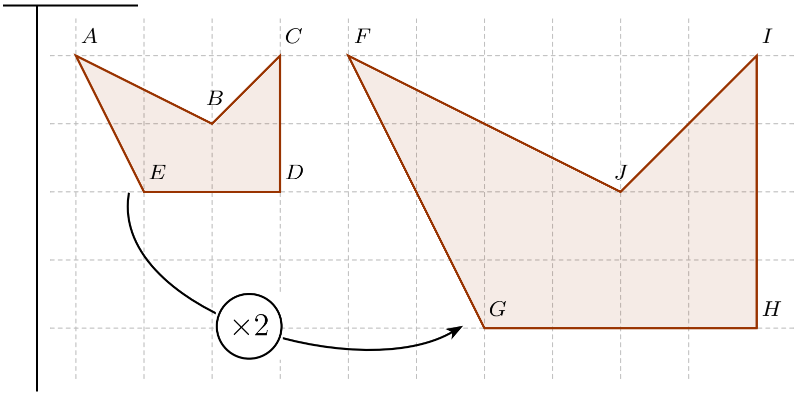
Agrandissements et réductions

I - Agrandir ou réduire une figure

a. Coefficient d'agrandissement ou de réduction

Agrandir ou réduire une figure correspond à une **situation de proportionnalité** entre les longueurs de la première figure et les **longueurs** de la figure agrandie (ou réduite).

Exemple



Ici par exemple, on aurait le tableau de proportionnalité :

AB	BC	CD	DE	EA
FJ	JI	IH	HG	GF

$\times 2$

Donc $FJ = 2AB$, $JI = 2BC$, *etc.*

Pour calculer le coefficient :

- d'agrandissement on calcule $\dfrac{\text{grand côté}}{\text{petit côté}}$
- de réduction on calcule $\dfrac{\text{petit côté}}{\text{grand côté}}$

Remarques

Quand on multiplie par un nombre

- *plus grand que 1 : on agrandit*
- *entre 0 et 1 : on diminue*

Exemple : $5 \times 0,5 = 2,5 \quad ; \quad 5 \times 1,5 = 7,5$

Tout ce qu'on sait sur la proportionnalité peut donc être utilisé pour résoudre des exercices d'agrandissement :

- Calculer le coefficient de proportionnalité (qui sera le coefficient d'agrandissement ou de réduction suivant le cas).
- Effectuer des opérations sur les colones d'un tableau de proportionnalité :

3	5	8
$1,2$	2	?

Ici on remarque que $3 + 5 = 8$ ($1^{\text{ère}}$colone + $2^{\text{ème}}$colone = $3^{\text{ème}}$colone)
$? = 1,2 + 2$

- Utiliser la formule de la $4^{\text{ème}}$ proportionnelle :

3	5
7	?

$$? = \frac{7 \times 5}{3}$$

- Pour appliquer un pourcentage, on peut utiliser un tableau de proportionnalité :

Calculer 6% de 500 Go.
(Le Giga octet est une unité de mémoire informatique).

6	?
100	500

500 Go est la quantité totale de mémoire, le total est ramené à 100 (donc ils sont sur la même ligne). Il n'y a plus qu'à trouver à combien de Go correspond 6 : $\frac{6\times500}{100} = 30$ Go.

Exercice 42 page 258 (pourcentage)

b. Échelles

On utilise des échelles sur les cartes routières, mais aussi sur les schema en biologie, ou encore sur les plans de maquettes, les notices de montage, etc.

Définition

> *L'***échelle** *est le coefficient de proportionnalité entre les dimensions réelles et les dimensions du dessin.*
> *Si l'échelle est supérieure à 1 la figure est un agrandissement ;*
> *si l'échelle est inférieure à 1 c'est une réduction.*

Remarque

> ⚠ *Attention, toutes les valeurs d'une même ligne du tableau de proportionnalité doivent être dans la même unité.*

Par exemple on peut voir sur une carte : $\boxed{\textbf{1 : 100 000}\ (1\text{ cm} = 1\text{ km})}$

Comme 1 km $= 1\,000$ m $= 1\,000 \times 100$ cm $= 100\,000$ cm, cela correspond au tableau de proportionnalité suivant :

Dimensions sur la carte	1 cm	
Dimensions réelles	$100\,000$ cm	

$\times \frac{1}{100\,000}$

$\times 100\,000$

Remarque

> *On a vu en $4^{\text{ème}}$ que* **diviser par un nombre revient à multilplier par l'inverse de ce nombre**.
> *Diviser par* $100\,000$ *revient donc à multilplier par* $\dfrac{1}{100\,000}$.

Exercices 33, 34 et 35 page 257

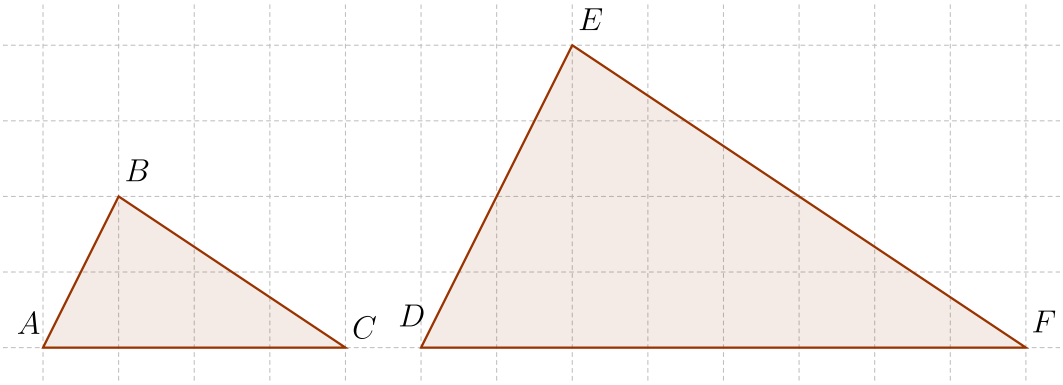
II - Triangles semblables

a. "Proportionnels" pour des grandeurs (nombres), "semblables" pour des triangles (figures géométriques) !

Définition

> *Deux triangles sont* **semblables** *lorsques les longueurs de leurs côtés sont proportionnels.*

Par exemple, ces deux triangles sont semblables. On peut trouver le coefficient d'agrandissement grace aux carreaux.



	côté à gauche	côté en bas	côté à droite
Petit triangle	AB	BC	AC
Grand triangle	DE	EF	DF

$\times 2$

Le coefficient de proportionnalité est le coefficient de réduction (ou coefficient d'agrandissement suivant le sens). Ici par exemple, comme $AC = 4$ et $DF = 8$, le coefficient d'agrandissement pour passer de ABC à DEF est $\dfrac{DF}{AC} = \dfrac{8}{4} = 2$.

Dire que les triangles sont semblables revient donc à dire que les **rapports*** de leurs côtés sont égaux, puisque dans les trois cas, on calcule le coefficient de réduction :

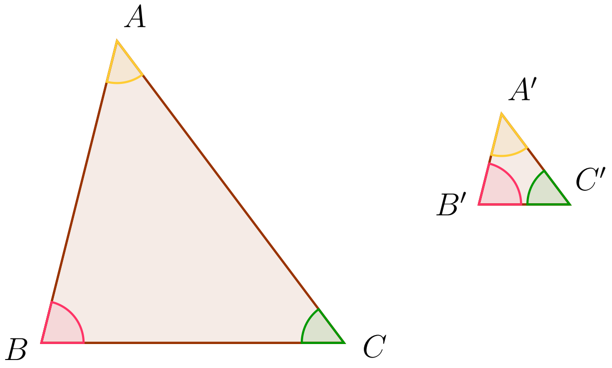
(* le rapport entre deux nombres est le quotient de ces nombres)

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

Exercices 40 et 43 page 366, et 11 page 359

b. Caractérisation angulaire des triangles semblables

Propriété (Caractérisation angulaire des triangles semblables)



- *Les triangles semblables ont leurs angles égaux deux à deux.*
- *Si deux triangles ont leurs angles égaux deux à deux, alors ils sont semblables.*

Triangle 1	$\widehat{BAC}$	$\widehat{ABC}$	$\widehat{ACB}$
Triangle 2	$\widehat{B'A'C'}$	$\widehat{A'B'C'}$	$\widehat{A'C'B'}$

Exercices 10 page 359, et 41, 42 et 45 page 366
Pour aller plus loin : 44 page 366 (penser à la somme des angles d'un triangle...)