Chapitre 2

Développer

I - Rappels

a. C'est quoi une expression littérale ?

Définition

Une expression littérale est une expression mathématique (pouvant contenir des opérations ($+$, $-$, $\times$,...) et des nombres) contenant une ou des lettres.
Ces lettres représentent des nombres :

- *soit des* **inconnues** *(valeur que l'on ne connait pas)*
- *soit des* **variables** *(valeur qui peut changer).*

Exemples

- ⋆ *Dans l'équation $5x + 3 = 0$, x est l'inconnue. On peut trouver la valeur de x qui rend l'égalité vraie en résolvant l'équation.*
- ⋆ *Si on note l la longueur d'un rectangle et L sa largeur, l'expression $l \times L$ permet de calculer l'aire de ce rectangle. L'expression littérale $l \times L$ contient deux variables (les valeurs seront différentes suivant le rectangle que l'on considère).*

b. Simplifications d'écritures

Pour aller plus vite, les mathématiciens ont décidé qu'il était inutile d'écrire le signe $\times$ entre une lettre et un nombre ou une parenthèse.

Exemples

- ⋆ $5 \times x$ *s'écrit tout simplement* $5x$
- ⋆ $6 \times a \times a$ *s'écrit* $6a^2$
- ⋆ $(5 + 2 \times y) \times 8$ *s'écrit* $8(5 + 2y)$ *(on lit "8* **facteur de** *5 plus 2 y")*

c. Expressions réduites

On ne peut pas simplfier certaines expressions (par exemple $9x + 2$). Parfois, la réponse à un problème va donc être une expression littérale complète. On peut par contre regrouper les termes qui contiennent la même lettre :

Exemple

Simplifier l'expression $2x - 5 + 3y - 3x + y - 12$.

On commence par repérer quel terme contient quel lettre (on peut par exemple utiliser des couleurs).

$$2x - 5 + 3y - 3x + y - 12$$

Pour pouvoir regrouper les termes, on doit prendre le terme **avec le signe** *qui le précède.*

Pour s'aider, on peut imaginer que chaque lettre correspond à un objet (par exemple sans x ce sont des bananes, avec x des chaises et avec y des stylos).
Ensuite il suffit de "compter" combien on a de chaque "objet" :

- *En rouge : 2 chaises - 3 chaises = -1 chaises*
- *En bleu : -5+(-12)= -17 bananes*
- *En vert : 3 stylos + 1 stylo = 4 stylos*

En aucun cas je ne peux additionner des chaises avec des stylos ou avec des bananes. Ainsi j'ai simplifié mon expression au maximum :
$2x - 5 + 3y - 3x + y - 12 = -x + (-17) + 4y$
On peut changer l'ordre des termes si on veut (à condition de prendre le signe avec !!)
$2x - 5 + 3y - 3x + y - 12 = \boxed{4y - x - 17}$

Pour s'entrîener seul, voir les exercices corrigés 1, 2 et 3 page 143, ainsi que les exercices page 146

II - Distributivité de la multiplication sur l'addition

a. Simple

La question est de savoir comment simplfier une expression avec des parenthèses. Par exemple $5(3x + 4)$ contient 5 et 4 qui sont "sans x", mais qu'on ne peut pas rassembler car la parenthèse les sépare !

C'est quelque chose qu'on utilise par exemple pour le calcul mental : $99 \times 8 = 100 \times 8 - 8$.

On peut détailler ce qu'on a fait : on a vu que $99 = 100 - 1$, donc $99 \times 8 = (100 - 1) \times 8$. Le 8 se distribue sur le 100 et sur le -1 : $(100 - 1) \times 8 = 100 \times 8 + (-1) \times 8$

Théorème

Un nombre multiplié à une somme est multiplié à chaque terme de la somme :

$$5\ (3x + 1) = 5 \times 3x + 5 \times 1$$

Pour s'entrîener seul, voir les exercices corrigés 4 et 5 page 143, ainsi que les exercices page 147

b. Double

Lorsqu'on multiplie deux facteurs qui sont tous les deux des parenthèses, la distributivité s'applique aussi. Immaginons que la première parenthèse n'est qu'un nombre. On va la remplacer par une grande lettre :

$$\begin{aligned}
(5+3x)(2x+4) &= N(2x+4) && \text{On remplace par une lettre}\\
&= N\times 2x + N\times 4 && \text{On distribue}\\
&= (5+3x)\times 2x + (5\times 3x)\times 4 && \text{On remet la parenthèse, on peut réutiliser la}\\
(5+3x)(2x+4) &= 5\times 2x + 3x\times 2x + 5\times 4 + 3x\times 4 && \text{distributivité deux fois ! On obtient 4 termes.}
\end{aligned}$$

Essayons de comprendre le fonctionnement :

$$(5 \ +3x)\ (2x\ +4) \ = \ 5\times 2x + 3x\times 2x + 5\times 4 + 3x\times 4$$

Théorème

Chaque terme de chaque parenthèse se distribue sur chaque terme de l'autre parenthèse.

Exercice : Développer et réduire les exepression suivantes.

a) $(x-1)(2x+5)$

b) $(4-2x)(5x-9)$

Correction :

a) $$(x \ -1)\ \ (2x+5) = x\times 2x + x\times 5 + (-1)\times 2x + (-1)\times 5$$
$$= 2x^2 + 5x - 2x - 5 = \underline{2x^2+3x-5}$$

b) $$(4 \ -2x)\ (5x-9) = 4\times 5x + 4\times(-9) + (-2x)\times 5x + (-2x)\times(-9)$$
$$= 20x - 36 - 10x^2 + 18x = \underline{-10x^2+38x-36}$$

Pour s'entrîener seul, voir les exercices corrigés 6, 7 et 8 page 143, ainsi que les exercices pages 148 et 149